

# UCUENCA

Facultad de Ingeniería

Carrera de Ingeniería Civil

**Evaluación de diferentes metodologías de predicción del coeficiente de resistencia al flujo de ríos de montaña considerando su incertidumbre**

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Ingeniero Civil

**Autor:**

Jonnathan Josue Deleg Naula

CI: 0106859424

Correo electrónico: [jonnathan.deleg1@gmail.com](mailto:jonnathan.deleg1@gmail.com)

**Director:**

Esteban Remigio Sánchez Cordero

CI: 0103665634

**Co-Director:**

Juan Sebastián Cedillo Galarza

CI: 0104057351

**Cuenca, Ecuador**

15-julio-2022

## Resumen:

El coeficiente de resistencia es un parámetro muy importante en la simulación unidimensional de flujo de agua. Dicho parámetro se puede estimar mediante varias metodologías, que pueden ser ecuaciones, tablas y fotografías. Como cualquier otra estimación, la predicción del coeficiente de resistencia está sujeta a un error o incertidumbre debido a diversos factores. En el presente trabajo, se evaluó el rendimiento de las diferentes metodologías de estimación del coeficiente de resistencia de Manning al considerar una variación porcentual del coeficiente. Los datos usados para este propósito pertenecen a 3 morfologías del río de montaña Quinuas (cascada, grada y lecho plano). El rendimiento se evaluó mediante la comparación del calado (profundidad de agua) medido en varias secciones con los calados obtenidos en los diferentes modelos unidimensionales del software HEC-RAS. Los resultados indican que las ecuaciones de geometría adimensional estiman mejor el coeficiente de resistencia. A su vez, en las morfologías de cascada y grada, las ecuaciones de geometría adimensional han llegado a un máximo posible de eficiencia, por lo tanto, en estos casos, variar el coeficiente de resistencia estimado, solo empeora los resultados o se obtiene una mejora poco considerable. Las metodologías restantes muestran en la mayoría de casos que subestiman la resistencia al flujo, especialmente en caudales de baja magnitud. Sin embargo, algunas metodologías en determinadas condiciones muestran resultados similares a las ecuaciones de geometría adimensional. Finalmente, se encontró que, en la morfología de cascada, el rendimiento de las metodologías es menos sensible a la variación del coeficiente de resistencia, comparado al rendimiento en la morfología de lecho plano.

**Palabras claves:** Resistencia al flujo. Río de montaña. Estimación del coeficiente de resistencia. Incertidumbre. Modelo unidimensional.

## **Abstract:**

The resistance coefficient is a very important parameter in the one-dimensional simulation of water flow. This parameter can be estimated using various methodologies, which can be equations, data tables and photographs. Like any other estimate, the prediction of the resistance coefficient is subject to an error or uncertainty due to various factors. In the present work, the performance of the different estimation methodologies of the Manning resistance coefficient was evaluated when considering a percentage variation of the coefficient. The data used for this purpose pertain to 3 morphologies of the Quinuas mountain river (cascade, step-pool y plane-bed). The performance was evaluated by comparing the water depth measured in various sections with the water depths obtained in the different one-dimensional models of the HEC-RAS software. The results indicate that the nondimensional geometry equations better estimate the resistance coefficient. In turn, in the cascade and step-pool morphologies, the nondimensional geometry equations have reached a maximum possible efficiency, therefore, in these cases, varying the estimated coefficient of resistance only worsens the results or a minor improvement is obtained. The remaining methodologies show in most cases that they underestimate the flow resistance, especially in flows of low magnitude. However, some methodologies under certain conditions show similar results to the nondimensional geometry equations. Finally, it was found that, in the cascade morphology, the performance of the methodologies is less sensitive to the variation of the resistance coefficient compared to the performance in the plane-bed morphology.

**Keywords:** Flow resistance. Mountain river. Estimation of the resistance coefficient. Uncertainty. One-dimensional model.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS .....	7
DEDICATORIA .....	8
1 INTRODUCCIÓN .....	9
1.1 ANTECEDENTES .....	9
1.2 OBJETIVO GENERAL.....	10
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	10
2 METODOLOGÍA .....	11
2.1 DATOS DEL RÍO QUINUAS .....	11
2.2 METODOLOGÍAS DE PREDICCIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA .....	13
2.2.1 METODOLOGÍA DE GEOMETRÍA ADIMENSIONAL DE FERGUSON .....	13
2.2.2 METODOLOGÍA DE GEOMETRÍA ADIMENSIONAL DE RICKENMMAN & RECKING .....	14
2.2.3 METODOLOGÍA DE GEOMETRÍA ADIMENSIONAL DE CEDILLO Y OTROS .....	14
2.2.4 METODOLOGÍA SEMILOGARÍTMICA .....	14
2.2.5 METODOLOGÍA POTENCIAL .....	15
2.2.6 METODOLOGÍA DE DESCOMPOSICIÓN .....	15
2.2.7 METODOLOGÍA DE FOTOGRAFÍAS .....	15
2.3 INCERTIDUMBRE EN LA ESTIMACIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA .....	15
2.4 MODELOS DE LOS SITIOS EN ESTUDIO.....	16
2.5 MÉTRICA ESTADÍSTICA .....	17
3 RESULTADOS .....	17
3.1 COMPARACIÓN DE LA EFICIENCIA DE DIVERSAS MÉTODOLOGÍAS PARA ESTIMAR EL COEFICIENTE DE RESISTENCIA .....	17
3.2 CONSIDERACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LA ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA.....	19
3.3 DISPERSIÓN DE LOS VALORES .....	24
4 DISCUSIÓN.....	28
4.1 EFICIENCIA DE LAS METODOLOGÍAS.....	28
4.2 VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA .....	30
4.3 SENSIBILIDAD DE LOS MODELOS A LA VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA .....	30
5 CONCLUSIONES .....	31
6 BIBLIOGRAFÍA.....	32
7 ANEXOS .....	33

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b>	Características hidráulicas y geométricas de los sitios en estudio .....	13
<b>Tabla 2.</b>	Valores de la métrica RMSE normalizada de diferentes metodologías de estimación del coeficiente de resistencia para los casos en análisis .....	19

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b>	Zona de estudio. Fuente: Cedillo y otros (2021b).....	11
<b>Figura 2.</b>	Morfologías en estudio del río Quinuas. Fuente: Cedillo y otros (2021b).....	12
<b>Figura 3.</b>	Perfil de los modelos unidimensionales de flujo .....	16
<b>Figura 4.</b>	Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia en la morfología de cascada .....	21
<b>Figura 5.</b>	Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia en la morfología de grada.....	22
<b>Figura 6.</b>	Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia en la morfología de lecho plano .....	23
<b>Figura 7.</b>	Dispersión de los valores de la métrica RMSE normalizada en la morfología de cascada25	
<b>Figura 8.</b>	Dispersión de los valores de la métrica RMSE normalizada en la morfología de grada ...	26
<b>Figura 9.</b>	Dispersión de los valores de la métrica RMSE normalizada en la morfología de lecho plano .....	27

## INDICE DE ANEXOS

<b>Anexo 1.</b>	Valores del coeficiente de resistencia .....	33
<b>Anexo 2.</b>	Valores del coeficiente de resistencia con una variación de $\pm 10\%$ y $\pm 30\%$ .....	33
<b>Anexo 3.</b>	Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia .....	34
<b>Anexo 4.</b>	Valores de la inmersión relativa y la relación $R/D_{84}$ en las morfologías del río Quinuas ..	35
<b>Anexo 5.</b>	Pendiente característica del lecho de morfologías de ríos de montaña. Fuente: Ferguson (2007) .....	36

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Jonnathan Josue Deleg Naula en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Evaluación de diferentes metodologías de predicción del coeficiente de resistencia al flujo de ríos de montaña considerando su incertidumbre", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 15 de julio de 2022



---

Jonnathan Josue Deleg Naula

C.I: 0106859424

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Jonnathan Josue Deleg Naula, autor/a del trabajo de titulación "Evaluación de diferentes metodologías de predicción del coeficiente de resistencia al flujo de ríos de montaña considerando su Incertidumbre", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 15 de julio de 2022



---

Jonnathan Josue Deleg Naula

C.I: 0106859424

## AGRADECIMIENTOS

*Agradezco primeramente a Dios, por la vida, mi familia, salud y amigos.*

*A mis padres, Ubaldina y Rodrigo, que siempre me dieron su apoyo para poder culminar esta etapa de mi vida.*

*A mi hermana Janneth, por siempre estar a mi lado brindándome su cariño y apoyo.*

*Al director, Ingeniero Esteban Sánchez, por la ayuda y el seguimiento en la realización de este trabajo de titulación.*

*Al codirector, Ingeniero Juan Sebastián Cedillo, por el tiempo y la paciencia mostrada semana tras semana en el desarrollo de este trabajo.*

*A los revisores, Ingeniera Verónica Carrillo e Ingeniero Esteban Samaniego por ser parte de la revisión y aprobación final de este trabajo.*

*A la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca, por todos los conocimientos y experiencias brindadas a lo largo de estos años.*

*A todos mis amigos y amigas de la Universidad de Cuenca, con quienes he recorrido esta etapa.*

## DEDICATORIA

*Este trabajo de titulación se lo dedico a mis padres, Ubaldina y Rodrigo, por darme su amor y dedicación a lo largo de toda mi vida.*

*A mi hermana, Janneth, por su compañía y cariño durante tantos años.*

*A mi tío, Mario, por siempre brindarme una palabra de apoyo.*

*A todos mis amigos y amigas, que han sido parte de tantos buenos y malos momentos.*

## 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 ANTECEDENTES

En la ingeniería hidráulica, existe un campo dedicado al flujo de agua en ríos de montaña. En este se suele utilizar modelos hidrodinámicos para estimar las profundidades y velocidades de flujo para un caudal dado (Wohl, 1998). Dentro de estos modelos se encuentran los modelos unidimensionales, que han sido utilizados durante varios años, debido a que requieren pocos datos de campo para la simulación numérica de flujo (Cook & Merwade, 2009). Uno de los parámetros requeridos para la simulación es el coeficiente de resistencia al flujo, el cual puede ser estimado mediante varias metodologías, sin embargo, estos métodos pueden tener una incertidumbre de hasta el 30% debido a las diferentes consideraciones involucradas en el parámetro de resistencia al flujo (Bathurst, 2002). Por todo lo anterior mencionado, se considera necesario analizar la eficiencia de varios métodos de estimación del coeficiente de resistencia, aplicados en distintas morfologías de ríos de montaña, caudales y considerando su posible incertidumbre.

En los ríos de montaña existen 7 tipos de morfologías: lecho rocoso, coluvial y 5 aluviales: cascade, step pool, plane bed, pool riffle, y dune ripple (Montgomery & Buffington, 1997), sin embargo, las más comunes son las morfologías aluviales: cascada, grada y lecho plano (cascade, step-pool y plane-bed) (Montgomery & Buffington, 1997). La morfología de cascada se caracteriza por tener cantos rodados de gran tamaño distribuidos de forma aleatoria tanto longitudinal y transversalmente. En esta morfología la disipación de energía se debe a la interacción del agua con dichos cantos rodados lo cual produce volteretas, chorros y estelas sobre y alrededor de los grandes clastos que conforman el lecho. La morfología de grada consiste en una serie de escalones compuestos de materiales gruesos, formaciones rocosas o escombros de madera de gran tamaño, que separan piscinas de material más fino. En esta morfología la disipación de energía se da como resultado del cambio de flujo crítico a supercrítico sobre las gradas y de flujo supercrítico a subcrítico en las piscinas. Finalmente la morfología de lecho plano a diferencia de las dos anteriores, se caracteriza por tener un perfil de lecho casi constante conformado de material de menor tamaño (Montgomery & Buffington, 1997).

Este trabajo tiene como principal referencia el estudio de Wohl (1998), en donde se realizó un análisis de incertidumbre del coeficiente de resistencia de Manning "n" en relación con un modelo del software HEC-2. Dicho estudio utilizó datos de 5 ríos de montañas rocosas de diferentes países, y se aplicó 4 metodologías de estimación del coeficiente de resistencia de Manning. Para el análisis de incertidumbre se varió el conjunto de valores "n" en  $\pm 10\%$  y  $\pm 25\%$ . De manera similar, para este trabajo se analizarán 7 metodologías: 1) Cowan (1956), se basa en tablas que cuantifican la irregularidad de la superficie del canal, la variación de la forma del canal, las obstrucciones, el tipo y la densidad de la vegetación y el grado de meandros del canal. 2) Barnes (1967), basado en fotografías de ríos estadounidenses, en donde se dan diferentes datos del sistema en análisis, por ejemplo: material del lecho, radio hidráulico, y el coeficiente de resistencia asociado. 3) Bathurst (1985), mediante datos recopilados de mediciones en campo de 16 sitios en ríos británicos de alta pendiente, se obtuvo una ecuación semilogarítmica, que relaciona el factor de Darcy-Weisbach  $f$ , con la inmersión relativa  $d/D_{84}$  (donde  $d$  es la profundidad del flujo y  $D_{84}$  es el tamaño del percentil 84 del material del lecho). 4) Bathurst (2002), se utilizó datos que fueron medidos en ríos de 27 sitios pertenecientes a Reino Unido, EE.UU. y República Checa, para obtener una ecuación potencial que relaciona el factor  $f$  con la inmersión relativa, cabe recalcar que Bathurst obtuvo sus ecuaciones sin identificar las

morfologías en los sitios de estudio. 5) Ferguson (2007), utilizó datos de varios autores de 110 sitios de Reino Unido, Estados Unidos, Nueva Zelanda e Italia, siendo la mayoría de datos de las morfologías de grada, lecho plano, riffle y pool-riffle, con lo cual se obtuvo una ecuación adimensional que estima la velocidad unitaria en función del caudal unitario y la pendiente de la línea de energía. 6) Rickenmann & Recking (2011), utilizó 2890 datos de mediciones en campo de la velocidad de flujo de varios autores en diferentes morfologías en las que se destaca la grada, cascada, lecho plano y pool riffle, y se obtuvo una ecuación adimensional que relaciona una versión alternativa de la velocidad y caudal unitario. Y 7) Cedillo y otros (2021b), una metodología alterna para estimar los parámetros adimensionales de velocidad y caudal unitario de la ecuación de Rickenmann & Recking (2011).

En este trabajo se analizará el efecto que tienen en el desempeño de un modelo hidrodinámico unidimensional las diferentes metodologías antes mencionadas, tomando en cuenta: la incertidumbre existente en la estimación del coeficiente de resistencia, diferentes magnitudes de caudal (bajo, medio y alto), y diferentes morfologías (cascada, grada y lecho plano). Para este fin se dispone de los datos y modelos unidimensionales del software HEC-RAS utilizados en Cedillo y otros (2021a), y Cedillo y otros (2021b) pertenecientes al río Quinuas (afluente del río Paute). En cuanto a la incertidumbre, se considera una variación de  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$  en el coeficiente de resistencia, similar al estudio de Wohl (1998). El uso de diferentes caudales en varias morfologías, consideran diversos procesos disipativos de energía, que se ven reflejados en el coeficiente de resistencia. La principal aportación del presente trabajo es recomendar una o varias metodologías para estimar el coeficiente de resistencia a ser usado en un modelo hidrodinámico, tomando en cuenta su posible variación y diferentes fenómenos disipativos.

## 1.2 OBJETIVO GENERAL

Analizar la predictibilidad de 7 metodologías que estiman el coeficiente de resistencia al flujo, al aplicarlas en 3 morfologías de ríos de montaña con diferentes magnitudes de flujo.

## 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analizar diferentes tipos de metodologías para la estimación del coeficiente de resistencia, basados en fotografías, tablas y ecuaciones empíricas.
- Examinar la variación en la eficiencia de cada metodología para las diferentes morfologías y magnitudes de caudal.
- Examinar la variación en la eficiencia de cada metodología cuando se considera la incertidumbre en la estimación del coeficiente de resistencia.

## 2 METODOLOGÍA

### 2.1 DATOS DEL RÍO QUINUAS

El presente trabajo utiliza datos del río Quinuas (afluente del río Paute) obtenidos en los estudios de Cedillo y otros (2021a), y Cedillo y otros (2021b). El inicio de la zona en estudio o abscisa 0+000 m está en las coordenadas 700690.49 m E; 9692070.89 m S. Las morfologías en estudio se ubican de la siguiente manera: la morfología de grada (1) está en la abscisa 0+220 m, la morfología de lecho plano (1) está en la abscisa 0+490 y la morfología de cascada (3) está en la abscisa 0+730 m. La Figura 1 esquematiza la zona de estudio, y la Figura 2 muestra fotografías de las morfologías en estudio.

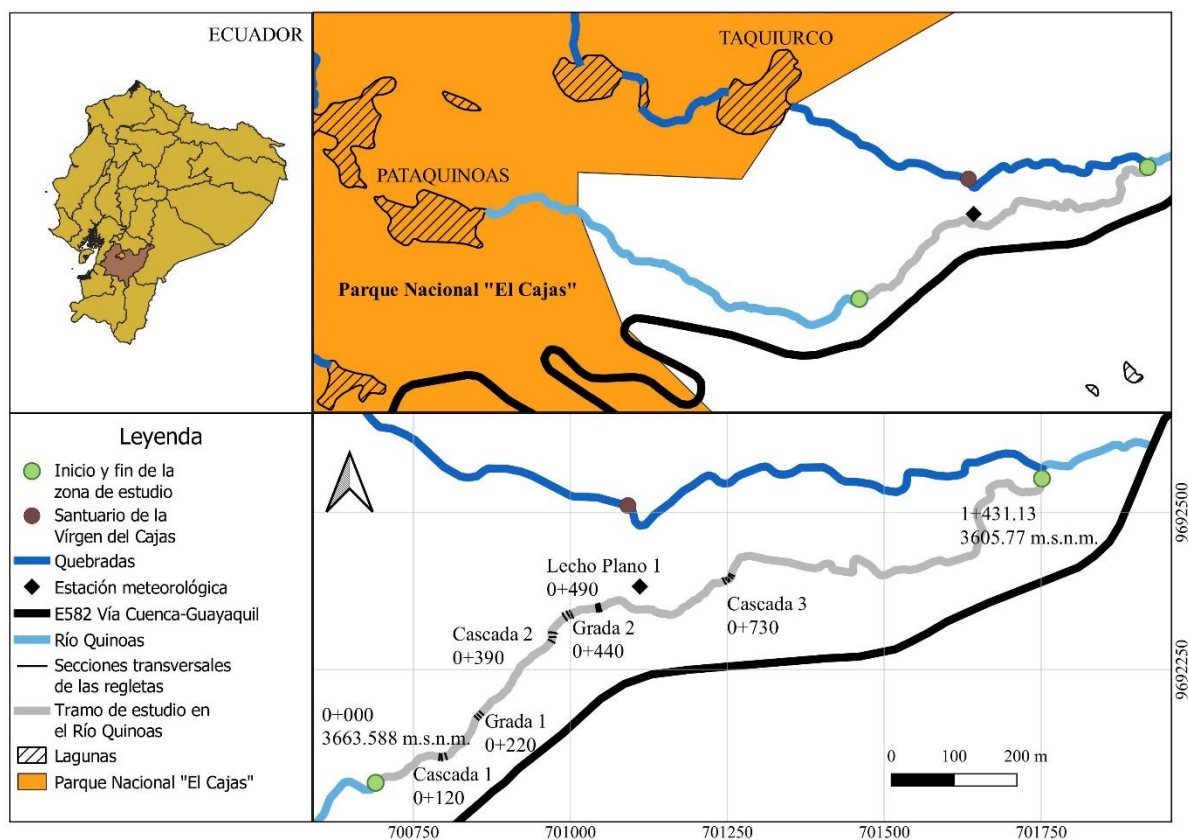


Figura 1. Zona de estudio. Fuente: Cedillo y otros (2021b)



(a) Cascada



(b) Grada



(c) Lecho Plano

**Figura 2.** Morfologías en estudio del río Quinquas. Fuente: Cedillo y otros (2021b)

Los datos requeridos para este trabajo se obtuvieron de diferentes maneras. Las secciones transversales requeridas para la modelación en HEC-RAS fueron obtenidas mediante un GPS diferencial y una estación total. En cada morfología, la longitud del tramo o del meandro ( $L_m$ ) se midió a lo largo de la vaguada. En cambio, la longitud recta del tramo ( $L_s$ ) es la distancia recta entre el inicio y final del tramo, y se obtuvo con la estación total. La pendiente media del lecho ( $S_0$ ) para cada morfología se obtuvo a través de una regresión lineal de puntos de vaguada. El caudal ( $Q$ ) se estimó utilizando el método de medición por dilución con sal como trazador. Los valores de caudales fueron tomados durante un año y se clasificaron por alto (caudal de crecida), medio y bajo (caudal de estiaje). La velocidad media de flujo ( $U$ ) se obtuvo mediante dos curvas de conductancia ubicadas aguas arriba y aguas abajo en cada morfología; en donde se determina el tiempo de viaje. La velocidad ( $U$ ) es igual a la distancia entre puntos de control dividido para el tiempo de viaje. La distribución del material del lecho, para obtener  $D_{84}$ , se realizó mediante la medición manual de 400 partículas escogidas al azar. El resto de datos se obtuvieron de 5 secciones para la morfología de cascada, 3 secciones para la morfología de grada y 3 secciones para la morfología de lecho plano, posteriormente fueron promediados para obtener un único valor por cada magnitud de caudal y morfología. En cada sección se obtuvieron los siguientes datos: El ancho mojado ( $w$ ) se midió mediante una cinta métrica. La

pendiente de fricción ( $S_f$ ) se aproximó a la pendiente del perfil de flujo ( $S_w$ ). La profundidad promedio ( $d$ ) en cada sección se calculó usando la ecuación de continuidad asumiendo una sección rectangular (Ecuación (1)). La Tabla 1 muestra los valores medidos de cada parámetro.

$$Q = U A = U w d \quad (1)$$

**Tabla 1.** Características hidráulicas y geométricas de los sitios en estudio

Morfología	Q (m <sup>3</sup> /s)	w (m)	U (m/s)	$S_f$ (%)	d (m)	$D_{84}$ (m)	$S_o$ (%)	Lm (m)	Ls (m)	
Cascada	Bajo	0.07	2.74	0.17	7.96	0.15				
	Medio	0.49	3.52	0.50	8.11	0.28	0.35	8.50	18.07	16.16
	Alto	0.71	3.51	0.61	7.91	0.34				
Grada	Bajo	0.04	2.49	0.13	5.38	0.12				
	Medio	0.44	3.37	0.46	5.27	0.29	0.25	6.10	12.22	10.64
	Alto	0.88	3.71	0.73	5.35	0.33				
Lecho plano	Bajo	0.06	3.22	0.18	1.86	0.11				
	Medio	0.51	3.50	0.70	1.60	0.21	0.22	3.16	6.25	6.22
	Alto	0.92	3.66	0.92	1.04	0.28				

## 2.2 METODOLOGÍAS DE PREDICCIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

Las metodologías evaluadas en este trabajo son comúnmente aplicadas en la estimación del coeficiente de resistencia. Las ecuaciones adimensionales de Ferguson (2007), Rickenmann & Recking (2011), Cedillo y otros (2021), la ecuación semilogarítmica de Bathurst (1985) y la ecuación potencial de Bathurst (2002) resultaron ser las más eficientes en su respectivo estudio, cuando fueron comparadas con otras ecuaciones. En el estudio de Wohl (1998), las metodologías de Cowan (1956) y de Barnes (1967), tuvieron resultados similares o en otros casos mejores a las otras 2 ecuaciones de dicho estudio. A continuación, se describe cada metodología.

### 2.2.1 METODOLOGÍA DE GEOMETRÍA ADIMENSIONAL DE FERGUSON

La Ecuación de Ferguson (2007) (Ecuación (2)), fue formulada a partir de la ley de potencia generalizada, que fue planteada por varios autores, como por ejemplo Bathurst (2002). La Ecuación (2) predice la velocidad adimensional  $U^*$ , donde  $q^*$  es el caudal unitario adimensional y  $S_f$  es la pendiente de la línea de energía que se está asumiendo igual a la pendiente del perfil de flujo  $S_w$ . El procedimiento para encontrar el coeficiente de resistencia es el siguiente: 1) Se calcula  $q^*$  con la Ecuación (3), donde  $g$  es la gravedad y  $D_{84}$  es el tamaño del material del lecho en el percentil 84. 2) Se calcula  $U^*$  con la Ecuación (2), reemplazando los valores de  $q^*$  y  $S_f$ . 3) Se calcula  $U$  mediante la Ecuación (4). 4) Se reemplaza  $U$  en la Ecuación (5), y se encuentra el factor  $f$  de Darcy Weisbach, donde  $R$  es el radio hidráulico. Y 5) Se calcula el coeficiente de resistencia  $n$ , mediante la Ecuación (6).

$$U^* = 2.36^{0.4} q^{*0.6} S_f^{0.2} \quad (2)$$

$$q^* = q / \sqrt{g D_{84}^3} \quad (3)$$

$$U = U^* \sqrt{g D_{84}} \quad (4)$$

$$f = \frac{8 g R S f}{U^2} \quad (5)$$

$$n = \left[ \frac{f R^{1/3}}{8 g} \right]^{0.5} \quad (6)$$

## 2.2.2 METODOLOGÍA DE GEOMETRÍA ADIMENSIONAL DE RICKENMMAN & RECKING

La ecuación de Rickenmann & Recking (2011) (Ecuación (7)) fue formulada a partir de la ecuación de potencia variable de Ferguson (2007). La ecuación de potencia variable no es la Ecuación (2), si bien ambas fueron formuladas en el mismo estudio, las ecuaciones son distintas. La Ecuación (7) predice la velocidad adimensional  $U^{**}$ , donde  $q^{**}$  es el caudal unitario adimensional. El procedimiento para estimar el coeficiente de resistencia es el mismo de la metodología de Ferguson (2007), con la diferencia que se usa las Ecuaciones (7), (8) y (9), para calcular la velocidad adimensional, el caudal unitario adimensional y la velocidad media de flujo, respectivamente.

$$U^{**} = 1.443 q^{**0.60} \left[ 1 + \left( \frac{q^{**}}{43.78} \right)^{0.8214} \right]^{-0.2435} \quad (7)$$

$$q^{**} = q / \sqrt{g S_f D_{84}^3} \quad (8)$$

$$U = U^{**} \sqrt{g S_f D_{84}} \quad (9)$$

## 2.2.3 METODOLOGÍA DE GEOMETRÍA ADIMENSIONAL DE CEDILLO Y OTROS

La ecuación de Cedillo y otros (2021b) (Ecuación (10)) es una ecuación con la forma de la ecuación de Ferguson (2007), pero con los parámetros adimensionales usados para la ecuación de Rickenmann & Recking (2011). Los valores de  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  dependen de datos y de ecuaciones que son resultado de una regresión. Para la morfología de cascada  $a_1 = 2.39$ ,  $a_2 = 0.59$  y  $a_3 = 0.21$ . Para la morfología de grada  $a_1 = 2.60$ ,  $a_2 = 0.59$  y  $a_3 = 0.21$ . Para la morfología de lecho plano  $a_1 = 3.32$ ,  $a_2 = 0.59$  y  $a_3 = 0.21$ . El procedimiento para estimar el coeficiente es el mismo de la metodología de Ferguson (2007). Las Ecuaciones (10), (8) y (9), se usan para calcular la velocidad adimensional, el caudal unitario adimensional y la velocidad media de flujo, respectivamente.

$$U^{**} = a_1 q^{** a_2} S f^{a_3} \quad (10)$$

## 2.2.4 METODOLOGÍA SEMILOGARÍTMICA

La ecuación semilogarítmica de Bathurst (1985) (Ecuación (11)) relaciona la función de resistencia  $(8/f)^{1/2}$  con la inmersión relativa, mediante una ley logarítmica. El procedimiento para encontrar el coeficiente de resistencia es el siguiente: 1) Se reemplaza los valores de  $d$  y  $D_{84}$  en la Ecuación (11) y se determina el factor de Darcy-Weisbach  $f$ . Y 2) Se calcula el coeficiente de resistencia  $n$ , mediante la Ecuación (6).

$$\left( \frac{8}{f} \right)^{1/2} = 5.62 \log \left( \frac{d}{D_{84}} \right) + 4 \quad (11)$$

## 2.2.5 METODOLOGÍA POTENCIAL

La ecuación potencial de Bathurst (2002) (Ecuación (12)) relaciona la función de resistencia  $(8/f)^{1/2}$  con la inmersión relativa, mediante una ley potencial. El procedimiento para encontrar el coeficiente de resistencia es el siguiente: 1) Se reemplaza los valores de  $d$  y  $D_{84}$  en la Ecuación (12) y se determina el factor de Darcy-Weisbach  $f$ . Y 2) Se calcula el coeficiente de resistencia  $n$ , mediante la Ecuación (6).

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{1/2} = 3.10 \left(\frac{d}{D_{84}}\right)^{0.93} \quad (12)$$

## 2.2.6 METODOLOGÍA DE DESCOMPOSICIÓN

La metodología de Cowan (1956) (Ecuación (13)) determina el coeficiente de resistencia mediante valores tabulados. Con el pasar de los años se han hecho varias modificaciones, los valores utilizados para este trabajo provienen de una recopilación de Coon (1998). El coeficiente de resistencia se calcula directamente con la Ecuación (13). Donde  $n_0$  es el valor base para un canal recto y uniforme;  $n_1$  considera el efecto de la irregularidad de la sección transversal;  $n_2$  considera las variaciones de tamaño y forma del canal;  $n_3$  considera el efecto de las obstrucciones;  $n_4$  considera el tipo y la densidad de la vegetación; y  $m$  es el factor de ajuste para el grado de meandros del canal; determinado por la longitud del meandro del canal (Lm) dividido para la longitud del canal recto (Ls).

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) m \quad (13)$$

## 2.2.7 METODOLOGÍA DE FOTOGRAFÍAS

La metodología de Barnes (1967), consiste en estimar el coeficiente de resistencia, buscando una fotografía similar al sitio o morfología en estudio. En cada fotografía de Barnes (1967) se tiene un valor del coeficiente.

Los coeficientes de resistencia obtenidos en cada metodología se presentan en el Anexo 1.

## 2.3 INCERTIDUMBRE EN LA ESTIMACIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

Las ecuaciones de estimación del coeficiente de resistencia en ríos de montaña pueden llegar a tener una incertidumbre de  $\pm 30\%$  (Bathurst, 2002). La predicción precisa de la resistencia al flujo es difícil por 2 razones: 1) Dificultades prácticas en la medición de parámetros de flujo para calibrar las ecuaciones y 2) Limitaciones teóricas (Ferguson, 2007). La incertidumbre en las mediciones de campo se debe a varios factores como: dificultad para definir la cantidad a medir, características de funcionamiento del instrumento, interacción entre el instrumento y el sistema bajo medición, interacción entre el instrumento y el experimentador, y la metodología de medición (Fornasini, 2008). Desafortunadamente, incluso en flujo uniforme y con mediciones precisas, cuantificar la resistencia al flujo de varias morfologías mediante ecuaciones empíricas y simples, es un procedimiento complejo (Bathurst, 2002; Ferguson, 2007). Para examinar la variación en la eficiencia de cada metodología cuando se considera la incertidumbre, se procede a variar los coeficientes de resistencia del Anexo 1, en  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$ . En total se obtienen 315 coeficientes de resistencia (Anexo 2), que deberán ser introducidos en el respectivo modelo unidimensional de flujo.

## 2.4 MODELOS DE LOS SITIOS EN ESTUDIO

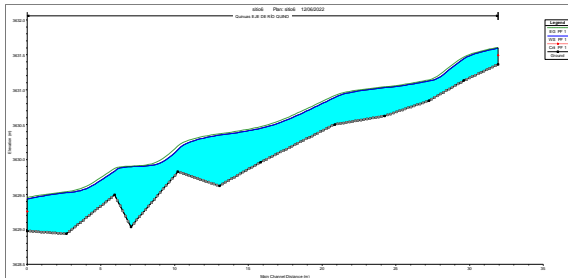
Se tiene 3 modelos unidimensionales del software HEC-RAS, para cada morfología en estudio (0). De estos modelos, se debe obtener las profundidades de flujo en ciertas secciones, para ser comparadas con las profundidades de flujo medidas en campo. Las simulaciones se realizaron en condiciones de flujo estacionario con un régimen de flujo mixto (es decir, flujo subcrítico y supercrítico). El algoritmo numérico de HEC-RAS resuelve la ecuación de la energía (Ecuación (14)), entre dos secciones adyacentes. En caso de no obtener un equilibrio, el algoritmo utiliza la respuesta de profundidad crítica. En flujo rápidamente variado, HEC-RAS resuelve la ecuación del momento. Las condiciones de frontera en cada modelo fueron las profundidades normales al inicio y final de cada tramo.

$$z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} = z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{U_1^2}{2g} + h_e \quad (14)$$

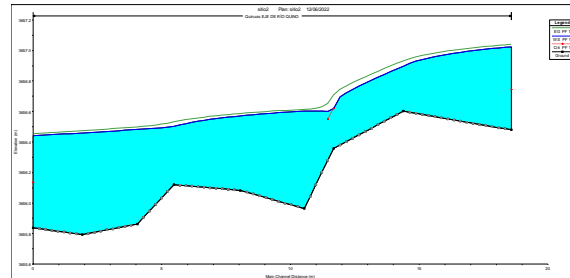
En la Ecuación (14),  $z$  es la elevación del canal principal,  $y$  es la profundidad del agua,  $U$  es la velocidad,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $h_e$  es la pérdida de carga de energía. Los subíndices 2 y 1, se refieren a aguas arriba y aguas abajo, respectivamente. La pérdida de energía  $h_e$  se determina con la Ecuación (15).

$$h_e = \Delta_x S_{fm} + C_c \left| \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} - \alpha_1 \frac{U_1^2}{2g} \right| \quad (15)$$

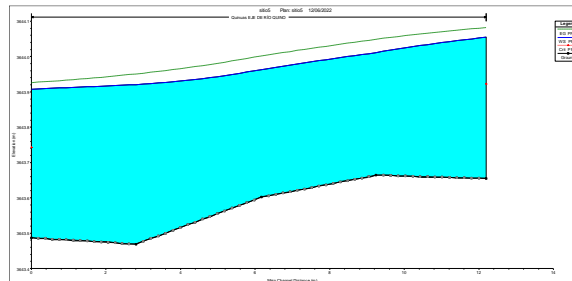
Donde  $\Delta_x$  es la distancia entre dos secciones adyacentes,  $S_{fm}$  es la pendiente de fricción entre dos secciones adyacentes,  $C_c$  es un coeficiente de expansión contracción, y  $\alpha$  es igual a 1.



(a) Cascada



(b) Grada



(c) Lecho plano

**Figura 3.** Perfil de los modelos unidimensionales de flujo

## 2.5 MÉTRICA ESTADÍSTICA

El desempeño de cada metodología fue cuantificado mediante la métrica estadística RMSE (Root mean square error, o Error de la raíz cuadrada media). En esta métrica, los errores grandes de un modelo tienen más peso que los errores pequeños, por lo tanto, RMSE es sensible a valores atípicos (Chai & Draxler, 2014). Esta métrica fue utilizada, en los estudios de Cedillo y otros (2021b) y Ferguson (2007), donde también se evaluaron algunas metodologías. Cada valor de RMSE cuantifica el error que tiene cada coeficiente de resistencia cuando es aplicado en la simulación de flujo de los modelos unidimensionales de HEC-RAS. Para que los valores de RMSE obtenidos puedan ser comparados entre distintas morfologías y magnitudes de caudal, se debe normalizar dichos valores. Esto se hace dividiendo los valores para la profundidad media medida de agua en campo de las secciones en estudio. La métrica RMSE normalizada se determina con la Ecuación (12).

$$RMSE = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - M_i)^2}{N}\right)^{0.5}}{\bar{M}_i} \quad (12)$$

Donde  $E$  representa la profundidad de agua estimada en la simulación del software HEC-RAS.  $M$  es la profundidad de agua medida en campo,  $N$  es el número de datos y  $\bar{M}$  es la media de las profundidades de agua medidas en campo.

## 3 RESULTADOS

### 3.1 COMPARACIÓN DE LA EFICIENCIA DE DIVERSAS MÉTODOLOGÍAS PARA ESTIMAR EL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

En la Tabla 2 se observa el desempeño de las distintas metodologías analizadas para estimar el coeficiente de resistencia (sin considerar la incertidumbre), mediante los valores obtenidos de la métrica estadística RMSE normalizada, para las morfologías de cascada, grada y lecho plano, y subclasificados por su magnitud de caudal.

El análisis de los resultados de la Tabla 2 muestran claramente que, en todas las morfologías, las metodologías adimensionales son las más eficientes. Los valores en estas ecuaciones están entre 0.15 y 0.23, y son pocos los errores de las otras metodologías que son similares a estos valores. Se presentan los siguientes rangos de error para la metodología de Cedillo y otros (2021) o ecuación adimensional 3: 0.18 a 0.22, 0.15 a 0.19 y 0.15 a 0.17, en las morfologías de cascada, grada y lecho plano respectivamente. Para la metodología de Rickenmann & Recking (2011) o ecuación adimensional 2 se tiene: 0.18 a 0.22, 0.15 a 0.19 y 0.15 a 0.17. Y para la metodología de Ferguson (2007) o ecuación adimensional 1 se tiene: 0.18 a 0.23, 0.15 a 0.19 y 0.15 a 0.17. Como se puede observar las metodologías adimensionales tienen resultados similares entre sí, cuando son aplicadas en una misma morfología y magnitud de caudal, lo cual indica que no hay diferencia entre usar una u otra.

Las metodologías restantes en estudio también muestran resultados interesantes. Algunas de ellas tienen en ciertos casos, resultados similares a los valores de las ecuaciones adimensionales, pero en la mayoría, estos errores son mayores, lo cual demuestra que son menos eficaces.

La metodología menos eficiente es la que se basa en fotografías. Se presentan los siguientes rangos: 0.30 a 0.36, 0.23 a 0.48 y 0.38 a 0.52, para las morfologías de cascada, grada y lecho plano respectivamente. Los rangos muestran una diferencia entre el máximo y mínimo valor más grande en comparación a los rangos de las ecuaciones adimensionales, especialmente en las morfologías de grada y lecho plano, estos valores son: 0.25 y 0.14 respectivamente. En esta metodología también se tiene los errores más elevados de la Tabla 2, siendo 0.48 en el caudal bajo de la morfología de grada, y 0.52 en el caudal bajo de la morfología de lecho plano. El único error bajo en esta metodología es 0.23 en la morfología de grada para un caudal alto.

La metodología de descomposición es la más eficiente después de las ecuaciones adimensionales, en las morfologías de cascada y grada, en los caudales medio y alto. Los rangos son de 0.19 a 0.29, 0.14 a 0.42 y 0.17 a 0.45, para las morfologías de cascada, grada y lecho plano respectivamente. Los errores de esta metodología son similares a los valores de las ecuaciones adimensionales, en los caudales medio y alto de las morfologías de cascada y grada, y también en el valor del caudal alto en la morfología de lecho plano. Pero para el caudal bajo de las morfologías de grada y lecho plano se tienen errores muy elevados, lo cual demuestra la poca eficiencia que tiene esta metodología en esta magnitud de caudal.

Las metodologías semilogarítmica y potencial se comportan de manera similar a la de descomposición. Es decir, tienen errores bajos en los caudales medio y alto, pero estos son mayores en un caudal bajo, especialmente en las morfologías de grada y lecho plano. En la ecuación semilogarítmica los rangos son de 0.27 a 0.28, 0.24 a 0.45 y 0.15 a 0.35, para las morfologías de cascada, grada y lecho plano respectivamente. Del último rango se observa que el valor de 0.15, que está en un caudal alto, es el único error igual de bajo que los valores en las ecuaciones adimensionales. Pero el resto de errores solo son más bajos que los valores de la metodología basada en fotografías, y más bajos que los valores de la metodología de descomposición en un caudal bajo. La metodología potencial muestra que es tan eficiente como las ecuaciones adimensionales, en los caudales alto y medio de la morfología de lecho plano con un rango de 0.08 a 0.23, siendo 0.08 el error más bajo de la Tabla 2. También tiene muy buenos resultados en la morfología de cascada con un rango de 0.23 a 0.25. Y aunque tiene mayores errores en la morfología de grada con un rango de 0.20 a 0.32, los valores son aceptables en los caudales medio y alto.

La mayoría de valores muestran que cuando el caudal aumenta, el error disminuye. Sin embargo, existen algunas excepciones. En las tres metodologías adimensionales, en la morfología de grada, el error se eleva con el aumento del caudal, es decir el error máximo de 0.19 se da en un caudal alto, y el mínimo de 0.15 en uno bajo, la diferencia entre el error máximo y mínimo en estos rangos es de 0.04. En la morfología de lecho plano, aunque el error mínimo de 0.15 se da en un caudal alto, el error máximo de 0.17 se tiene en un caudal medio, la diferencia entre el error máximo y mínimo es de 0.02. Como se puede observar, a pesar de que el comportamiento es distinto en estos casos, la diferencia entre el error máximo y mínimo no es considerable. Finalmente, la última excepción se da en la metodología de descomposición, en la morfología de grada, donde si bien el máximo error se da en un caudal bajo, el mínimo se da un caudal medio, la diferencia entre el error máximo y mínimo es de 0.28, siendo la diferencia más grande de todos los casos en estudio.

**Tabla 2.** Valores de la métrica RMSE normalizada de diferentes metodologías de estimación del coeficiente de resistencia para los casos en análisis

Metodología	Caudal	Cascada	Grada	Lecho plano
Cedillo y otros: Adimensional 3	Bajo	0.22	0.15	0.16
	Medio	0.19	0.17	0.17
	Alto	0.18	0.19	0.15
Rickenmann & Recking: Adimensional 2	Bajo	0.22	0.15	0.16
	Medio	0.19	0.17	0.17
	Alto	0.18	0.19	0.15
Ferguson: Adimensional 1	Bajo	0.23	0.15	0.16
	Medio	0.19	0.17	0.17
	Alto	0.18	0.19	0.15
Bathurst: Semilogarítmica	Bajo	0.28	0.45	0.35
	Medio	0.27	0.24	0.25
	Alto	0.27	0.24	0.15
Bathurst: Potencial	Bajo	0.25	0.32	0.23
	Medio	0.23	0.20	0.14
	Alto	0.23	0.21	0.08
Cowan: Descomposición	Bajo	0.29	0.42	0.45
	Medio	0.21	0.14	0.29
	Alto	0.19	0.20	0.17
Barnes: Fotografía	Bajo	0.36	0.48	0.52
	Medio	0.31	0.24	0.45
	Alto	0.30	0.23	0.38

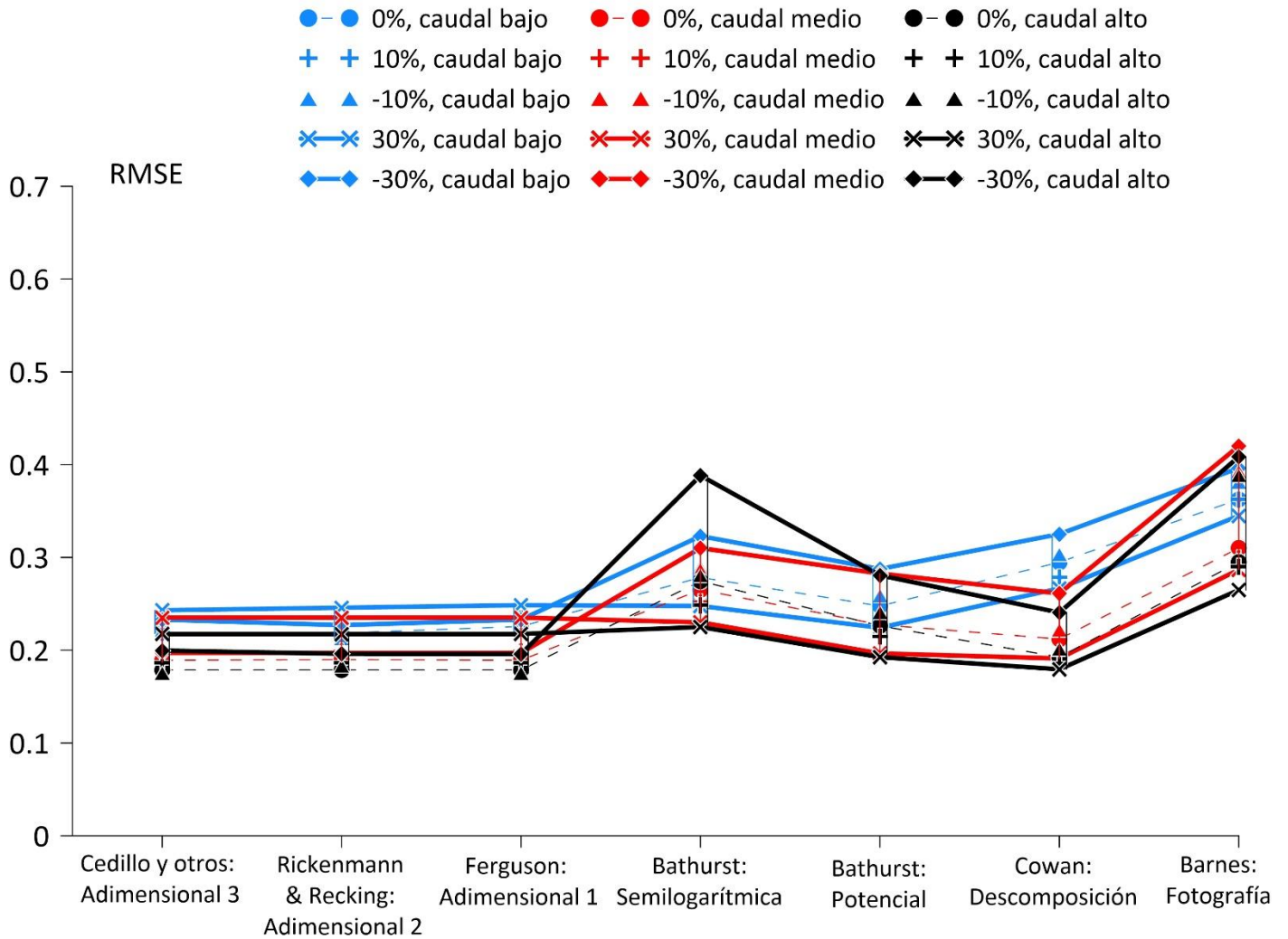
### 3.2 CONSIDERACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LA ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

Las Figuras 4, 5 y 6 muestran los valores de la métrica RMSE normalizada, cuando se varía el coeficiente de resistencia en 0%,  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$  (Anexo 3). Los coeficientes de resistencia con una variación de 0% se consideran como los coeficientes originales. En cada Figura se tiene 3 bandas, formadas por la unión de los valores correspondientes a una variación del coeficiente de  $+30\%$  y  $-30\%$ . En cada metodología, se aprecia 15 puntos, clasificados en 3 grupos de caudales (bajo, medio y alto), cada punto representa el error que se obtiene en la simulación de los modelos, para una determinada variación del coeficiente de resistencia.

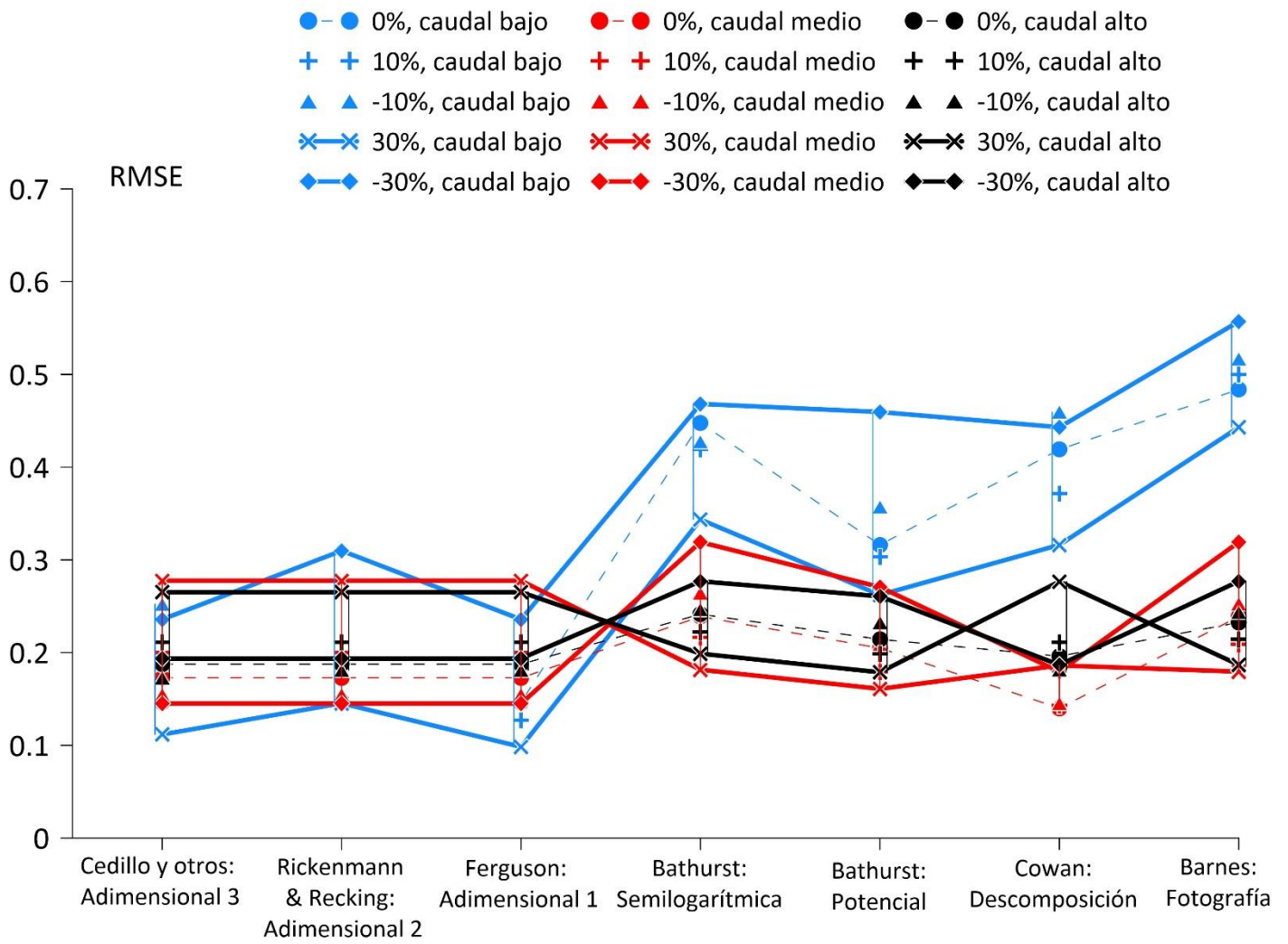
En las Figuras 4, 5 y 6 se aprecia que, las metodologías adimensionales son las más eficientes, todos los errores son inferiores al del resto de metodologías. Entre metodologías adimensionales, no hay una diferencia apreciable, los valores son idénticos o ligeramente diferentes entre sí, excepto en la morfología de grada de un caudal bajo, donde los errores son considerablemente menores en las ecuaciones adimensionales 3 y 1. La Figura 4 (cascada) muestra que, en las metodologías adimensionales, el valor original del coeficiente, es el que mejor resultados otorga, en los caudales medio y alto. A medida que el coeficiente se aleja, tanto aumentando o disminuyendo de su valor original, el error aumenta. En los caudales bajos, hay una mejora con la variación de  $-10\%$ , pero esta

es sólo una disminución en el error de 0.01. En la Figura 5 (grada), los menores errores de las metodologías adimensionales en un caudal medio y alto, se dan en una variación de -10% y aumentan con la variación de +10% y +30%. Para el caudal bajo, el error disminuye cuando la variación es de +10% y +30%. En la Figura 6 (lecho plano), los errores de las metodologías adimensionales en todos los caudales, son más bajos con la variación de +10% y +30%, y van aumentando hasta ser más elevados en una variación de -30%.

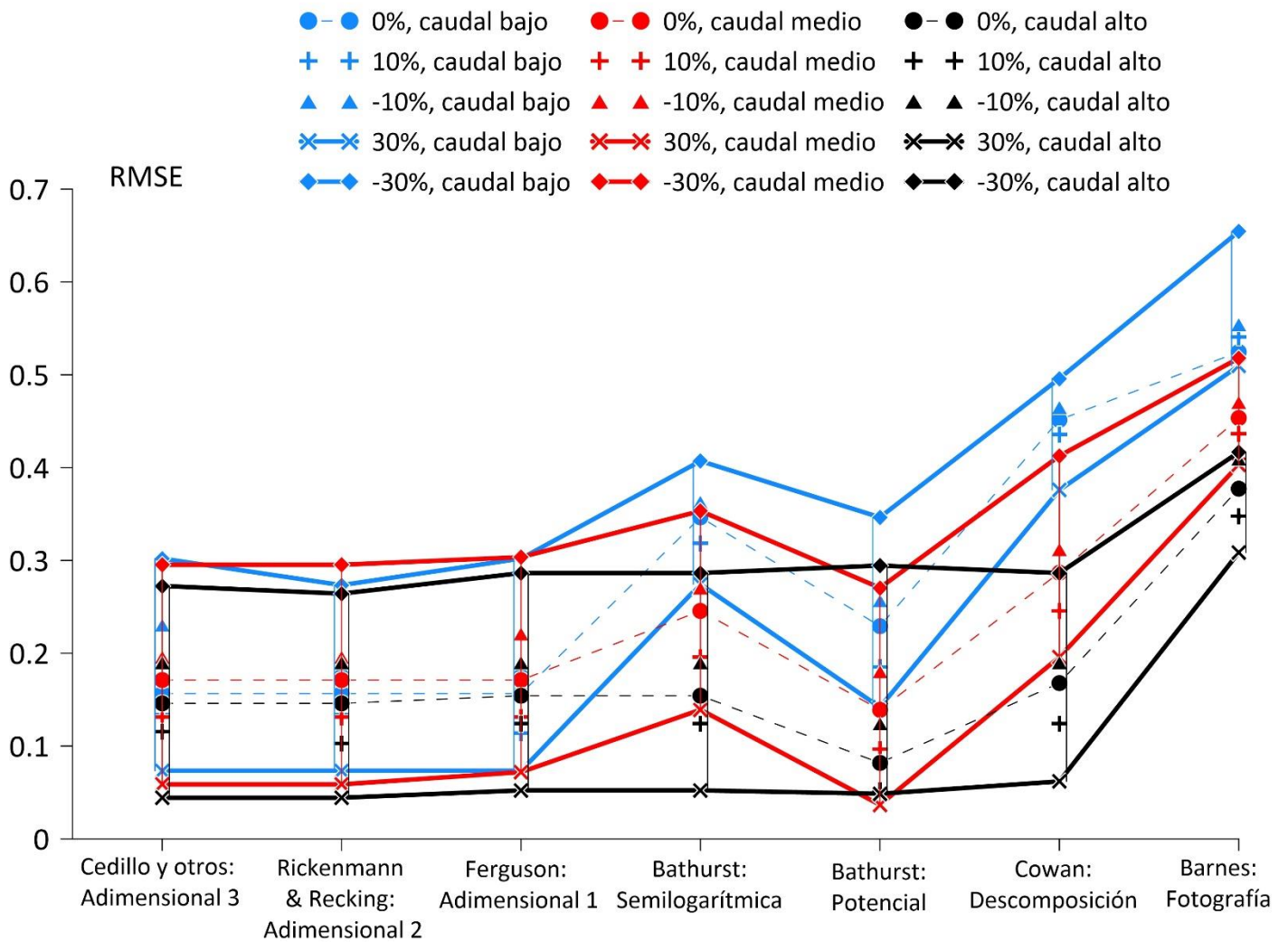
En las metodologías restantes, la mayoría de valores indican que, una variación de +10% y +30% mejora la eficiencia de los modelos. La metodología semilogarítmica, muestra en la mayoría de casos, errores inferiores solo al método de fotografías, y sus errores más bajos en cualquier morfología se dan cuando la variación es de +30%. La metodología potencial tiene en todos los casos, errores más bajos a los de la ecuación semilogarítmica, y de igual manera sus errores más bajos se generan en una variación de +30% para todas las morfologías. En la metodología de descomposición, en algunos casos, los errores son ligeramente menores a los valores de la ecuación potencial. Los errores más bajos se dan en una variación de +30%, excepto en la morfología de grada en los caudales medio y alto, donde una variación de 0% en el caudal medio y una variación de -10% en el caudal alto, ofrece menores errores. En la metodología de fotografías, los errores disminuyen con el aumento de la variación, teniendo los errores más bajos en una variación de +30% en todas las morfologías, pero todavía siendo elevados en comparación al resto de metodologías. Sin embargo, en la morfología de grada en los caudales medio y alto, se genera errores similares a los valores de las ecuaciones potencial y semilogarítmica.



**Figura 4.** Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia en la morfología de cascada



**Figura 5.** Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia en la morfología de grada



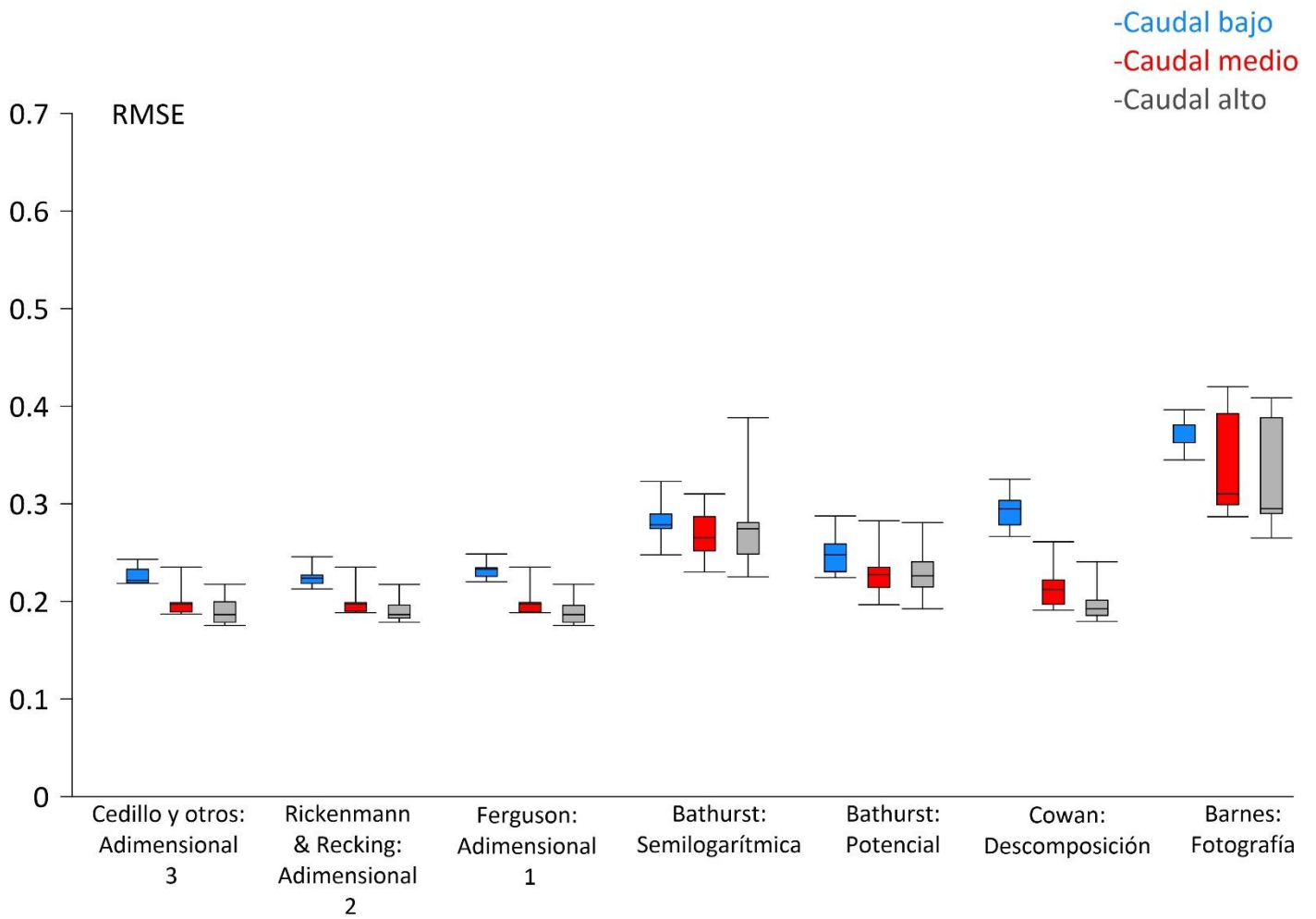
**Figura 6.** Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia en la morfología de lecho plano

### 3.3 DISPERSIÓN DE LOS VALORES

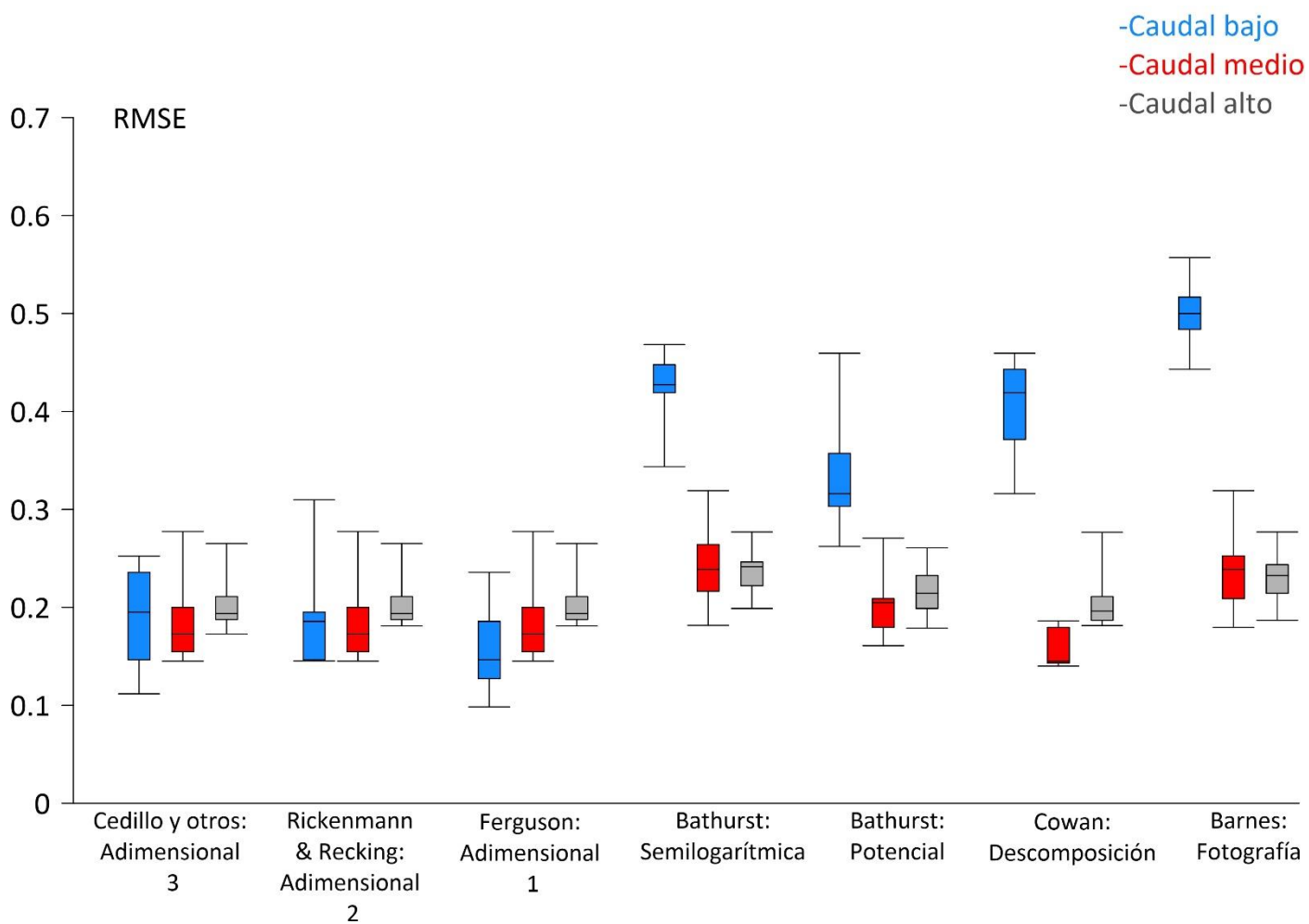
En las Figuras 7, 8 y 9 se muestra la dispersión que existe en los valores de la métrica RMSE normalizada, para los distintos casos de estudio. Cada gráfica de caja y bigotes representa la dispersión de los valores en un determinado caudal, debido a la variación de 0%,  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$  en el coeficiente de resistencia. Entre morfologías, si la dispersión es más grande en una que en otra, significa que dicha morfología es más sensible a la variación del coeficiente de resistencia (variaciones entre sitios). Para una cierta morfología, si existen variaciones en el tamaño de las gráficas de caja y bigotes, implica que existe sensibilidad hacia el caudal (variaciones en un sitio). Ya que las ecuaciones adimensionales estimaron de mejor manera el coeficiente de resistencia, el análisis de dispersión o sensibilidad del modelo debe hacerse a partir de los resultados de estas ecuaciones, sin embargo, también se puede obtener información importante de las otras metodologías.

Se puede apreciar una importante variabilidad de la dispersión o sensibilidad, cuando los datos de una misma metodología, se comparan entre morfologías. En la Figura 7 (cascada), los valores de todas las metodologías en los 3 caudales, excepto en el método de fotografías, tienen una dispersión pequeña comparado con los valores de las otras morfologías. En la mayoría de gráficas de caja y bigotes se tiene las siguientes características: 1) La diferencia entre el máximo y mínimo valor es menor a 0.08. 2) El rango Inter cuartil (RIQ) es menor a 0.04. 3) Los valores fuera de RIQ (bigotes) son muy cercanos a los cuartiles 1 y 3, con una diferencia no mayor a 0.03. En la Figura 8 (grada), los valores tienen una dispersión más grande que en la anterior morfología. Se presentan las siguientes características para la mayoría de gráficas: 1) La diferencia entre el máximo y mínimo valor es menor 0.14. 2) EL RIQ es menor a 0.06. 3) Los valores fuera de RIQ tiene una diferencia menor a 0.05 con respecto a su cuartil más cercano. En la Figura 9 (lecho plano), los valores muestran una dispersión más grande que en las anteriores 2 morfologías. Se tienen las siguientes características en la mayoría de gráficas: 1) La diferencia entre el máximo y mínimo valor es menor a 0.20. 2) El RIQ es menor a 0.09. 3) Los valores fuera de RIQ tiene una diferencia menor a 0.10 con respecto a su cuartil más cercano. Como se puede observar el modelo de la morfología de cascada es poco sensible a la variación del coeficiente de resistencia con respecto a los modelos de las morfologías de grada y lecho plano, siendo este último más sensible que los dos anteriores.

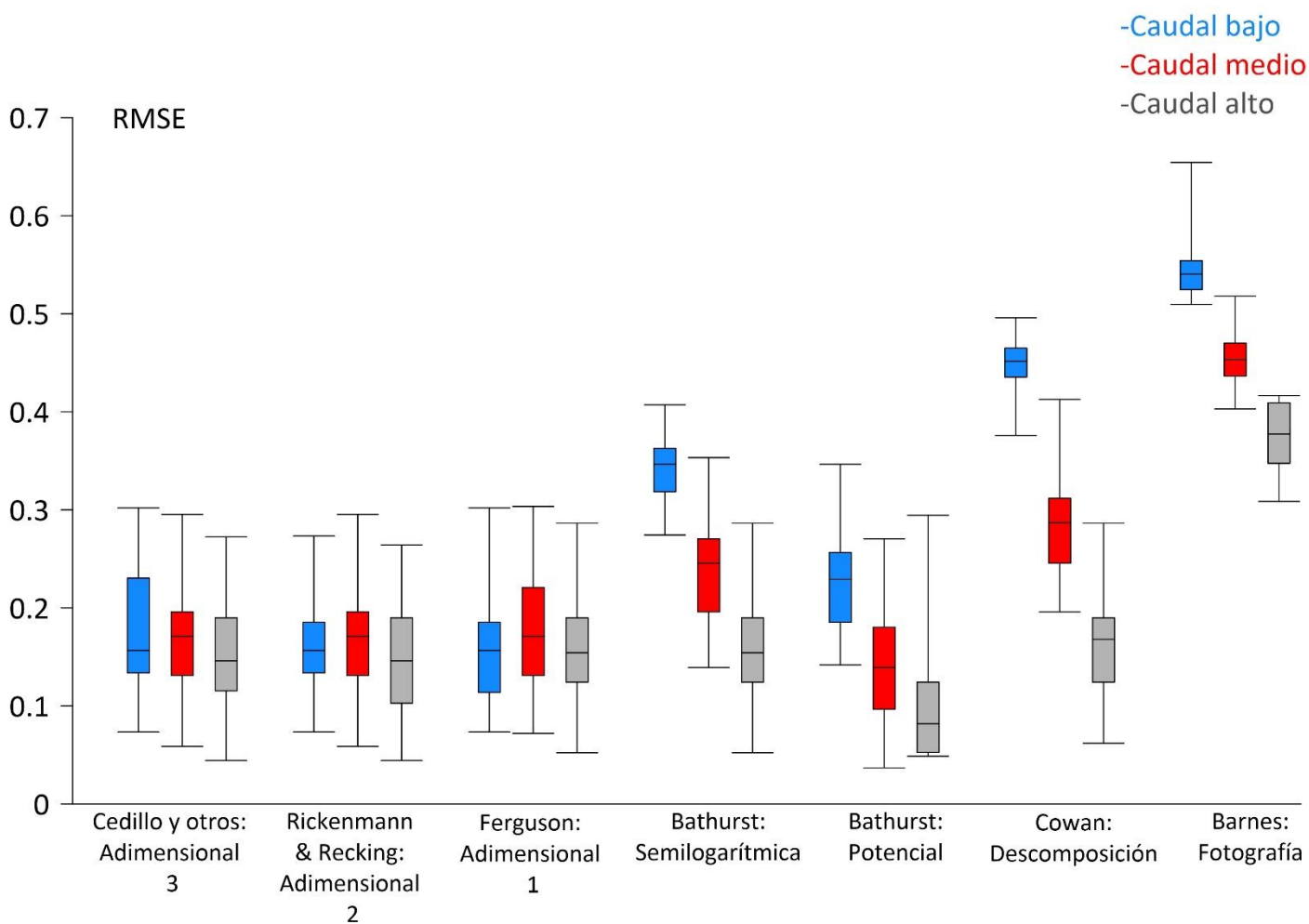
La magnitud del caudal en algunos casos tiene importancia en la sensibilidad del modelo. En la morfología de cascada la mayoría de metodologías indican que el caudal no es determinante en la sensibilidad. Se puede notar que, en las ecuaciones adimensionales, las gráficas entre caudales son similares entre sí. En las metodologías potencial y de descomposición las gráficas son más grandes comparadas con las gráficas de las ecuaciones adimensionales, sin embargo, entre caudales, las gráficas también tienen tamaños similares. Las únicas excepciones se dan en la metodología semilogarítmica y de fotografías, donde a mayor caudal hay más dispersión o sensibilidad. Sin embargo, se debe recordar que estas metodologías son las menos eficientes, por lo cual sus resultados difícilmente podrían afirmar algo acerca de la sensibilidad en dicha morfología. En la morfología de grada, cuando el caudal aumenta, la dispersión disminuye. Esto se da en todas las metodologías, por lo tanto, en esta morfología, la sensibilidad del modelo está relacionada inversamente con el caudal. En la morfología de lecho plano, el caudal no es determinante. Es más, casi todas las gráficas de caja y bigotes tienen un tamaño similar a excepción de las gráficas de caudal bajo en las metodologías semilogarítmica y de descomposición, y las 3 gráficas de la metodología de fotografías, en estos casos las gráficas son más pequeñas. Sin embargo, como antes se mencionó, estas metodologías son poco eficientes en dichos casos, y no podrían afirmar algo acerca de la sensibilidad



**Figura 7.** Dispersión de los valores de la métrica RMSE normalizada en la morfología de cascada



**Figura 8.** Dispersión de los valores de la métrica RMSE normalizada en la morfología de grada



**Figura 9.** Dispersión de los valores de la métrica RMSE normalizada en la morfología de lecho plano

## 4 DISCUSIÓN

### 4.1 EFICIENCIA DE LAS METODOLOGÍAS

En el presente trabajo se han analizado distintas metodologías para la predicción del coeficiente de resistencia obtenidas de diferentes datos, siendo las ecuaciones adimensionales aquellas con mejor predictibilidad. Para formular dichas ecuaciones, sus autores usaron datos en las que se identifica varias morfologías. En los estudios de Cedillo y otros (2021), Rickenmann & Recking (2011) y Ferguson (2007), los datos que se usan para la formulación de sus ecuaciones y la evaluación de otras metodologías provienen de morfologías de cascada, grada, lecho plano y en los 2 últimos estudios hasta de morfologías de pool-riffle. Además, el uso de parámetros adimensionales como  $q^*$ , que es menos susceptible a errores de medición en comparación con la inmersión relativa ( $d/D_{84}$ ) (Ferguson, 2007), hace que las ecuaciones adimensionales sean más eficientes que el resto de metodologías. En cambio, en Bathurst (1985 y 2002) no se aclaran a que morfologías pertenece cada conjunto de datos, pero las pendientes del lecho no superan el 4%. Por lo cual, posiblemente fueron pocas o nulas las morfologías de cascada que se tienen en esos datos, siendo en su mayoría morfologías de lecho plano y de grada. Bathurst (2002) determinó que una ecuación basada en una ley potencial para la inmersión relativa, ofrece mejores resultados que una ecuación basada en una ley logarítmica, especialmente en caudales altos. En el presente trabajo se demostró que para todos los casos de estudio la ecuación potencial de Bathurst (2002) es mejor que la ecuación semilogarítmica de Bathurst (1985), especialmente en caudales bajos. No se pudieron encontrar estudios donde se comparen las metodologías de descomposición y de fotografías con alguna de las ecuaciones de este trabajo. Sin embargo, ya que el método de fotografías muestra valores del coeficiente solo para caudales altos (Barnes, 1967). Se puede discutir que tiene errores muy elevados, ya que la resistencia estimada en este método es mucho menor de lo que en realidad es en caudales bajos, o inmersiones relativas bajas, debido a que, en estas condiciones aparecen efectos de disipación de energía debido a turbulencias, saltos hidráulicos, vórtices, etc. (Bathurst, 2002). Trieste y Jarrett (1987) mostraron que los valores del coeficiente que fueron estimados en las fotografías de Barnes (1967) para 5 inundaciones fueron en promedio, aproximadamente la mitad de los valores calculados. Con lo cual este método podría quedar descartado hasta para caudales altos. El método de descomposición de igual manera no considera la magnitud del caudal, de ahí que se tenga errores relativamente elevados en caudales bajos. Sin embargo, por lo visto en este trabajo, cuantifica de mejor manera las características de una morfología en comparación al método de fotografías.

Son varias las formas de evaluar las metodologías en los distintitos estudios antes mencionados. En el estudio de Cedillo y otros (2021), una de las métricas utilizadas fue el RMSE para comparar las velocidades de flujo estimadas y las velocidades de flujo medidas en campo. Entre las metodologías evaluadas en ese estudio se encuentran las 3 ecuaciones adimensionales y las ecuaciones semilogarítmica y potencial analizadas en el presente trabajo. En el estudio de Rickenmann & Recking (2011), se compararon varias metodologías, de las cuales, hay 2 que se están analizando en este trabajo, la ecuación adimensional de Rickenmann & Recking (2011) y la ecuación semilogarítmica de Bathurst (1985). En ese estudio se analizaron las ecuaciones, mediante la comparación de la velocidad estimada y la velocidad medida, sin embargo, no se usaron métricas estadísticas. La comparación fue realizada mediante una relación entre velocidades. En el estudio de Ferguson (2007), se utilizaron las métricas RMSE y Log (RMSE), para comparar las velocidades medias de flujo estimadas con las velocidades medidas. Dos de aquellas ecuaciones son las que se están analizando en este trabajo, la ecuación adimensional de Ferguson (2007) y la ecuación adimensional de Rickenmann & Recking

(2011). Cabe recalcar que esta última, es una ecuación en términos de  $U^{**}$  y  $q^{**}$  de la ecuación de potencia variable de Ferguson (2007). En los estudios de Bathurst (2002 y 1985) las ecuaciones potencial y semilogarítmica son evaluadas mediante el coeficiente de correlación, entre los valores de  $(8/f)^{1/2}$  predichos por las ecuaciones y los datos medidos. En cuanto a las metodologías de descomposición y de fotografías, no se tiene estudios donde se hayan evaluado mediante una métrica estadística.

Los resultados de la métrica RMSE obtenidos en los estudios antes mencionados ofrecen una idea del error que se esperaría de las metodologías adimensionales. En el estudio de Cedillo y otros (2021), se obtuvo valores de RMSE normalizados en la ecuación del mismo autor iguales a 0.14, 0.19 y 0.19 para las morfologías de cascada, grada y lecho plano respectivamente. En el mismo estudio, las metodologías de Rickenmann & Recking (2011) y Ferguson (2007) obtuvieron valores de 0.27, 0.38 y 0.32 para las morfologías respectivas. En el estudio de Ferguson (2007), los valores de RMSE fueron obtenidos de forma general, sin separar morfologías. La ecuación de Ferguson (2007) obtuvo un RMSE de 0.40 m/s y la ecuación Rickenmann & Recking (2011) obtuvo un valor de 0.34 m/s, en este estudio la métrica no fue normalizada, por lo que RMSE tiene unidades. Sin embargo, la velocidad media medida en dicho estudio es aproximadamente 1.2 m/s, por lo tanto, los valores de la métrica normalizada son de 0.33 y 0.28 respectivamente. Los resultados de estos estudios muestran en general un error mayor en comparación a los resultados del presente trabajo. Sin embargo, en este trabajo, el error fue medido en las profundidades de flujo estimadas, más no en las velocidades.

La inmersión relativa (relacionada directamente con el caudal) es determinante en la eficiencia de las metodologías. En todos los casos de análisis, la inmersión relativa y la relación  $R/D_{84}$  son numéricamente similares (Anexo 4). En el estudio de Ferguson (2007), se puede observar que cuando la relación  $R/D_{84}$  es mayor a 2, la ecuación adimensional 2 de Rickenmann & Recking (2011) se apega mejor a los datos medidos que la ecuación adimensional 1 de Ferguson (2007). Sin embargo, cuando  $R/D_{84}$  es menor a 2, las ecuaciones adimensionales 2 y 1, son idénticas, es decir se apegan de igual forma a los datos. En los datos del río Quinuas (Anexo 4) se tiene relaciones  $R/D_{84}$  menores a 2, es por ello que ambas ecuaciones tienen resultados idénticos, salvo por alguna excepción en la morfología de grada. Al no existir relaciones  $R/D_{84}$  mayores a 2, no se puede comprobar si ambas metodologías se comportarían igual. En Rickenmann & Recking (2011), la ecuación adimensional 2 demostró muy buenos resultados en todos los casos de análisis, especialmente, cuando la relación  $R/D_{84}$ , está entre 0.7 a 1 y de 3 a 7, donde la velocidad predicha resultó ser prácticamente igual a la velocidad medida. En el mismo estudio, la ecuación semilogarítmica demostró sobrevalorar la velocidad cuando  $R/D_{84}$  es menor a 1, o lo que es equivalente, subestimó el coeficiente de resistencia en esos casos. Los resultados en el río Quinuas confirman que la ecuación semilogarítmica no tiene buenos resultados, o por lo menos no es tan eficiente comparado con las ecuaciones adimensionales, cuando la relación  $R/D_{84}$  es menor a 1. Esto se puede observar en los casos de la morfología de cascada para todos sus caudales, en la morfología de grada para el caudal bajo y en la morfología de lecho plano en los caudales bajo y medio, donde la relación  $R/D_{84}$  es menor a 1. En el estudio de Bathurst (2002), se observa que la ecuación semilogarítmica ofrece menores valores de resistencia en comparación a la ecuación potencial cuando  $d/D_{84}$  es menor a 2. En los datos del río Quinuas todos los valores de  $R/D_{84}$  son menores a 2, por eso se obtiene con la ecuación semilogarítmica una menor resistencia al flujo en comparación a la ecuación potencial. Como se discutió en párrafos anteriores, las metodologías de descomposición y de fotografías no consideran la magnitud del caudal. Sin embargo, los datos y resultados obtenidos del río Quinuas indican que la metodología de descomposición tiene errores

similares a las ecuaciones adimensionales o a la ecuación potencial, cuando la relación  $R/D_{84}$  es mayor a 0.7. Mientras que la metodología de fotografías es la menos eficiente de todas en cualquier rango de  $R/D_{84}$ .

## 4.2 VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

La consideración de la incertidumbre es clave en la eficiencia de las metodologías, especialmente en las morfologías de lecho plano y grada. Wohl (1998) es de los pocos estudios que trata este tema. En dicho estudio se varió el coeficiente de resistencia en  $\pm 10\%$  y  $\pm 25\%$ , para analizar la influencia de la incertidumbre en los resultados predictivos de 5 modelos unidimensionales. En dicho caso las profundidades de agua fueron obtenidas mediante una reconstrucción de paleo inundación. Y con el software HEC-2 se estimó el caudal asociado al coeficiente de resistencia, que debería haber circulado en dicha inundación. Estos caudales fueron comparados con los caudales pico medidos en otros estudios. Wohl (1998) no clasifica las morfologías de los 5 sitios de su investigación. Por lo tanto, en el presente trabajo se pretende clasificar los sitios de aquel estudio mediante las pendientes del lecho (Anexo 5). De esta manera se obtiene un sitio de morfología de cascada, un sitio de morfología de grada y 3 sitios de morfología de lecho plano.

En Wohl (1998), en las morfologías que se asume que son de lecho plano y grada, al aumentar el coeficiente de resistencia en  $+10\%$  y  $+25\%$ , el caudal estimado se acerca más al caudal medido. En cambio, cuando el coeficiente disminuye en  $-10\%$  y  $-25\%$  los caudales son más elevados y se alejan del valor medido. El comportamiento en la morfología de lecho plano, es similar al obtenido en el presente trabajo, donde al aumentar el coeficiente, la predictibilidad mejora en todas las metodologías. En la morfología de grada esto solo sucede en las metodologías semilogarítmica, potencial y de fotografías. Sí bien Wohl (1998) realiza la variación de  $\pm 10\%$  y  $\pm 25\%$  en la morfología que se asume de cascada, en esta no hay un valor de caudal medido, por lo que no se puede realizar una comparación de resultados en dicha morfología.

## 4.3 SENSIBILIDAD DE LOS MODELOS A LA VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

En este trabajo, los modelos de grada y lecho plano son más sensibles a la variación del coeficiente de resistencia, en cambio la morfología de cascada no presenta una mejora o disminución apreciable con la variación del coeficiente. En el estudio de Wohl (1998), se demostró que existe algunos modelos del software HEC-2 que son más sensibles a otros. Se determinó que el cambio porcentual en la descarga estimada (sensibilidad), es inversamente proporcional a la pendiente del lecho y a la relación ancho/profundidad, y es directamente proporcional al coeficiente de resistencia. En otros estudios similares, como O'Connor y Webb (1988) la sensibilidad a la variación del coeficiente de resistencia en modelos de canales profundos y estrechos es prácticamente nula, indicando que hay una relación entre la sensibilidad del modelo y la relación ancho/profundidad. En los resultados del río Quinuas, se puede observar que la sensibilidad está inversamente relacionada con la pendiente del lecho. En este trabajo, la morfología de cascada con una pendiente de lecho media de  $8.50\%$ , es la menos sensible y la morfología de lecho plano con una pendiente media de  $3.16\%$ , es la más sensible. La pendiente es una característica que está asociada a la morfología de un río (Montgomery & Buffington, 1997). En sitios escarpados, aparecen morfologías de cascada y grada, las cuales tienen una mayor resistencia al flujo en comparación a morfologías de pendientes menos empinadas, como la morfología de lecho

plano (Montgomery & Buffington, 1997). Por lo tanto, sitios escarpados con elevadas resistencias al flujo son menos sensibles en comparación a morfologías con pendientes de lecho y resistencias al flujo menores. En cuanto a la relación ancho/profundidad, es difícil apreciar en los datos del río Quinuas, si hay alguna relación entre dicho parámetro y la sensibilidad del modelo.

## 5 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se analizó la predictibilidad de 7 metodologías de estimación del coeficiente de resistencia de ríos de montaña. Los coeficientes se estimaron a partir de los siguientes parámetros: caudal, pendiente de la superficie de agua, profundidad media de agua en una sección, ancho mojado en la superficie del agua,  $D_{84}$  y las longitudes del tramo recto y de meandro. En total se obtuvo 315 coeficientes que cuantifican la resistencia al flujo en 3 morfologías de ríos de montaña, para 3 magnitudes de caudal y considerando una variación de  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$  debido a la incertidumbre. Para cuantificar la eficiencia de las metodologías, se utilizó la métrica estadística RMSE, que comparó las profundidades de agua medidas en las secciones de estudio, con las profundidades de agua obtenidas en los modelos de HEC-RAS.

El análisis de las distintas metodologías evidenció que las ecuaciones de geometría adimensional son las más eficientes. Además, no existe una diferencia en términos de eficiencia entre una ecuación adimensional u otra. Se encontró que algunas metodologías tienen resultados similares a las ecuaciones adimensionales, especialmente en los caudales medio y alto. Ordenando de forma descendente las metodologías por su eficiencia, se obtiene la siguiente lista: 1) Ecuaciones de geometría adimensional, 2) Ecuación potencial y Metodología de descomposición, 3) Ecuación semilogarítmica y 4) Metodología de fotografías.

La eficiencia de las metodologías varía en cada morfología y magnitud de caudal. Las ecuaciones de geometría adimensional tienen un rendimiento similar en las 3 morfologías. El resto de metodologías, excepto el método de fotografías, muestran que son más eficientes en la morfología de lecho plano cuando el caudal es medio o alto. En caudales de baja magnitud, estas metodologías son más eficientes en la morfología de cascada. El método de fotografías muestra ser más eficiente en las morfologías de cascada y grada. La magnitud del caudal no afecta considerablemente la eficiencia de las ecuaciones adimensionales. En cambio, para el resto de metodologías, se tiene un menor rendimiento cuando el caudal es bajo.

La consideración de la incertidumbre cuantificó la variación de la eficiencia de cada metodología cuando se varía el coeficiente de resistencia en  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$ . Las ecuaciones de geometría adimensional han llegado a un máximo de eficiencia posible en las morfologías de cascada y grada, donde variar el coeficiente en la mayoría de casos solo perjudica los resultados obtenidos en los modelos o se tiene una mejora poco considerable. Para el resto de metodologías, en la mayoría de casos, al aumentar el coeficiente, mejora la eficiencia. Lo cual demuestra que estos métodos subestiman la resistencia al flujo, especialmente en caudales bajos. Mediante la variación del coeficiente de resistencia también se encontró que la eficiencia de las metodologías en morfologías escarpadas asociadas con una resistencia elevada al flujo, es menos sensible a dicha variación, que en las morfologías con pendientes menos pronunciadas asociadas con una resistencia al flujo más baja.

## 6 BIBLIOGRAFÍA

- Barnes, H. H., Jr. (1967). Roughness characteristics of natural channels. *U.S. Geological Survey*.
- Bathurst, J. C. (2002). At-a-site variation and minimum flow resistance for mountain rivers. *Journal of Hydrology*, 269(1–2), 11–26. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(02\)00191-9](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(02)00191-9)
- Bathurst, James C. (1985). Flow Resistance Estimation in Mountain Rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(4), 625–643. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(1985\)111:4\(625\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(1985)111:4(625))
- Cedillo, S., Sánchez-Cordero, E., Timbe, L., Samaniego, E., & Alvarado, A. (2021a). Patterns of difference between physical and 1-D calibrated effective roughness parameters in mountain rivers. *Water (Switzerland)*, 13(22). <https://doi.org/10.3390/w13223202>
- Cedillo, S., Sánchez-Cordero, E., Timbe, L., Samaniego, E., & Alvarado, A. (2021b). Resistance analysis of morphologies in headwater mountain streams. *Water (Switzerland)*, 13(16). <https://doi.org/10.3390/w13162207>
- Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? - Arguments against avoiding RMSE in the literature. *Geoscientific Model Development*, 7(3), 1247–1250. <https://doi.org/10.5194/gmd-7-1247-2014>
- Cook, A., & Merwade, V. (2009). Effect of topographic data, geometric configuration and modeling approach on flood inundation mapping. *Journal of Hydrology*, 377(1–2), 131–142. <https://doi.org/10.1016/J.JHYDROL.2009.08.015>
- Cowan, W.L. (1956). Estimating hydraulic roughness coefficients. *Agricultural Engineering*, 37(7), 473-475.
- Coon, W. F. (1998). Estimation of Roughness Coefficients for Natural Stream Channels with Vegetated Banks. U.S. Geological Survey.
- Ferguson, R. (2007). Flow resistance equations for gravel- and boulder-bed streams. *Water Resources Research*, 43(5), 1–12. <https://doi.org/10.1029/2006WR005422>
- Fornasini, P. (2008). The Uncertainty in Physical Measurements. *The Uncertainty in Physical Measurements*. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-78650-6>
- Montgomery, D. R., & Buffington, J. M. (1997). Channel-reach morphology in mountain drainage basins. *Bulletin of the Geological Society of America*, 109(5), 596–611. [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1997\)109<0596:CRMIMD>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1997)109<0596:CRMIMD>2.3.CO;2)
- O'Connor, J. E., & Webb, R. H. (1988). Hydraulic modeling for paleoflood analysis.
- Rickenmann, D., & Recking, A. (2011). Evaluation of flow resistance in gravel-bed rivers through a large field data set. *Water Resources Research*, 47(7). <https://doi.org/10.1029/2010WR009793>
- Trieste, D.J., & Jarrett, R.D., (1987). Roughness coefficients of large floods. *ASCE*.
- Wohl, E. E. (1998). Uncertainty in Flood Estimates Associated with Roughness Coefficient. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(2), 219–223. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(1998\)124:2\(219\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(1998)124:2(219))

**Anexo 1.** Valores del coeficiente de resistencia

Metodología	Caudal	Cascada	Grada	Lecho plano
Cedillo y otros: Adimensional 3	Bajo	0.323	0.301	0.167
	Medio	0.175	0.141	0.074
	Alto	0.153	0.109	0.056
Rickenmann & Recking: Adimensional 2	Bajo	0.325	0.303	0.166
	Medio	0.174	0.140	0.074
	Alto	0.152	0.108	0.057
Ferguson: Adimensional 1	Bajo	0.332	0.309	0.169
	Medio	0.176	0.141	0.073
	Alto	0.154	0.108	0.055
Bathurst: Semilogarítmica	Bajo	0.120	0.103	0.095
	Medio	0.072	0.058	0.062
	Alto	0.066	0.055	0.055
Bathurst: Potencial	Bajo	0.164	0.145	0.135
	Medio	0.098	0.072	0.080
	Alto	0.086	0.065	0.065
Cowan: Descomposición	Bajo	0.110	0.110	0.054
	Medio	0.110	0.110	0.054
	Alto	0.110	0.110	0.054
Barnes: Fotografía	Bajo	0.050	0.059	0.027
	Medio	0.050	0.059	0.027
	Alto	0.050	0.059	0.027

**Anexo 2.** Valores del coeficiente de resistencia con una variación de  $\pm 10\%$  y  $\pm 30\%$

Metodología	Caudal	Cascada				Grada				Lecho plano			
		+10%	-10%	+30%	-30%	+10%	-10%	+30%	-30%	+10%	-10%	+30%	-30%
Cedillo y otros: Adimensional 3	Bajo	0.355	0.291	0.420	0.226	0.331	0.271	0.391	0.211	0.183	0.150	0.217	0.117
	Medio	0.192	0.157	0.227	0.122	0.155	0.126	0.183	0.098	0.081	0.067	0.096	0.052
	Alto	0.168	0.138	0.199	0.107	0.120	0.098	0.141	0.076	0.061	0.050	0.073	0.039
Rickenmann & Recking: Adimensional 2	Bajo	0.358	0.293	0.423	0.228	0.333	0.272	0.394	0.212	0.183	0.149	0.216	0.116
	Medio	0.191	0.156	0.226	0.122	0.154	0.126	0.182	0.098	0.081	0.067	0.096	0.052
	Alto	0.167	0.137	0.198	0.106	0.119	0.097	0.141	0.076	0.062	0.051	0.074	0.040
Ferguson: Adimensional 1	Bajo	0.365	0.299	0.432	0.232	0.340	0.278	0.402	0.216	0.186	0.152	0.220	0.118
	Medio	0.194	0.159	0.229	0.123	0.155	0.127	0.183	0.099	0.081	0.066	0.095	0.051
	Alto	0.169	0.138	0.200	0.108	0.119	0.097	0.141	0.076	0.060	0.049	0.071	0.038
Bathurst: Semilogarítmica	Bajo	0.132	0.108	0.157	0.084	0.113	0.093	0.134	0.072	0.105	0.086	0.124	0.067
	Medio	0.079	0.065	0.094	0.050	0.064	0.052	0.076	0.041	0.068	0.055	0.080	0.043
	Alto	0.072	0.059	0.085	0.046	0.061	0.050	0.072	0.039	0.060	0.049	0.071	0.038
Bajo	0.180	0.148	0.213	0.115	0.159	0.130	0.188	0.101	0.148	0.121	0.175	0.094	

Bathurst: Potencial	Medio	0.108	0.088	0.128	0.069	0.079	0.065	0.093	0.050	0.088	0.072	0.104	0.056
	Alto	0.094	0.077	0.111	0.060	0.071	0.058	0.084	0.045	0.072	0.059	0.085	0.046
Cowan: Descomposición	Bajo	0.121	0.099	0.143	0.077	0.121	0.099	0.143	0.077	0.059	0.049	0.070	0.038
	Medio	0.121	0.099	0.143	0.077	0.121	0.099	0.143	0.077	0.059	0.049	0.070	0.038
	Alto	0.121	0.099	0.143	0.077	0.121	0.099	0.143	0.077	0.059	0.049	0.070	0.038
Barnes: Fotografía	Bajo	0.055	0.045	0.065	0.035	0.065	0.053	0.077	0.041	0.030	0.024	0.035	0.019
	Medio	0.055	0.045	0.065	0.035	0.065	0.053	0.077	0.041	0.030	0.024	0.035	0.019
	Alto	0.055	0.045	0.065	0.035	0.065	0.053	0.077	0.041	0.030	0.024	0.035	0.019

### Anexo 3. Valores de la métrica RMSE normalizada para cada variación del coeficiente de resistencia

Morfología	Metodología	Caudal	0%	+10%	-10%	+30%	-30%	
Cascada	Cedillo y otros: Adimensional 3	Bajo	0.22	0.22	0.22	0.24	0.23	
		Medio	0.19	0.20	0.19	0.24	0.20	
		Alto	0.18	0.19	0.18	0.22	0.20	
	Rickenmann & Recking: Adimensional 2	Bajo	0.22	0.22	0.21	0.25	0.23	
		Medio	0.19	0.20	0.19	0.24	0.20	
		Alto	0.18	0.19	0.18	0.22	0.20	
	Ferguson: Adimensional 1	Bajo	0.23	0.23	0.22	0.25	0.23	
		Medio	0.19	0.20	0.19	0.24	0.20	
		Alto	0.18	0.19	0.18	0.22	0.20	
	Bathurst: Semilogarítmica	Bajo	0.28	0.27	0.29	0.25	0.32	
		Medio	0.27	0.25	0.29	0.23	0.31	
		Alto	0.27	0.25	0.28	0.23	0.39	
	Bathurst: Potencial	Bajo	0.25	0.23	0.26	0.22	0.29	
		Medio	0.23	0.21	0.24	0.20	0.28	
		Alto	0.23	0.21	0.24	0.19	0.28	
	Cowan: Descomposición	Bajo	0.29	0.28	0.30	0.27	0.33	
		Medio	0.21	0.20	0.22	0.19	0.26	
		Alto	0.19	0.19	0.20	0.18	0.24	
	Barnes: Fotografía	Bajo	0.36	0.36	0.38	0.34	0.40	
		Medio	0.31	0.30	0.39	0.29	0.42	
		Alto	0.30	0.29	0.39	0.26	0.41	
	Grada	Cedillo y otros: Adimensional 3	Bajo	0.15	0.20	0.25	0.11	0.24
			Medio	0.17	0.20	0.15	0.28	0.15
			Alto	0.19	0.21	0.17	0.27	0.19
Rickenmann & Recking: Adimensional 2		Bajo	0.15	0.20	0.19	0.15	0.31	
		Medio	0.17	0.20	0.15	0.28	0.15	
		Alto	0.19	0.21	0.18	0.27	0.19	
Ferguson: Adimensional 1		Bajo	0.15	0.13	0.19	0.10	0.24	
		Medio	0.17	0.20	0.15	0.28	0.15	
		Alto	0.19	0.21	0.18	0.27	0.19	
		Bajo	0.45	0.42	0.43	0.34	0.47	

Lecho plano	Bathurst: Semilogarítmica	Medio	0.24	0.22	0.26	0.18	0.32
		Alto	0.24	0.22	0.25	0.20	0.28
	Bathurst: Potencial	Bajo	0.32	0.30	0.36	0.26	0.46
		Medio	0.20	0.18	0.21	0.16	0.27
	Cowan: Descomposición	Alto	0.21	0.20	0.23	0.18	0.26
		Bajo	0.42	0.37	0.46	0.32	0.44
	Barnes: Fotografía	Medio	0.14	0.14	0.15	0.19	0.18
		Alto	0.20	0.21	0.18	0.28	0.19
	Cedillo y otros: Adimensional 3	Bajo	0.48	0.50	0.52	0.44	0.56
		Medio	0.24	0.21	0.25	0.18	0.32
		Alto	0.23	0.21	0.24	0.19	0.28
	Rickenmann & Recking: Adimensional 2	Bajo	0.16	0.13	0.23	0.07	0.30
		Medio	0.17	0.13	0.20	0.06	0.30
		Alto	0.15	0.12	0.19	0.04	0.27
	Ferguson: Adimensional 1	Bajo	0.16	0.13	0.19	0.07	0.27
		Medio	0.17	0.13	0.20	0.06	0.30
		Alto	0.15	0.10	0.19	0.04	0.26
	Bathurst: Semilogarítmica	Bajo	0.16	0.11	0.19	0.07	0.30
		Medio	0.17	0.13	0.22	0.07	0.30
		Alto	0.15	0.12	0.19	0.05	0.29
	Bathurst: Potencial	Bajo	0.35	0.32	0.36	0.27	0.41
		Medio	0.25	0.20	0.27	0.14	0.35
		Alto	0.15	0.12	0.19	0.05	0.29
	Cowan: Descomposición	Bajo	0.23	0.19	0.26	0.14	0.35
		Medio	0.14	0.10	0.18	0.04	0.27
		Alto	0.08	0.05	0.12	0.05	0.29
	Barnes: Fotografía	Bajo	0.45	0.44	0.47	0.38	0.50
Medio		0.29	0.25	0.31	0.20	0.41	
Alto		0.17	0.12	0.19	0.06	0.29	
Grada	Bajo	0.52	0.54	0.55	0.51	0.65	
	Medio	0.45	0.44	0.47	0.40	0.52	
	Alto	0.38	0.35	0.41	0.31	0.42	

#### Anexo 4. Valores de la inmersión relativa y la relación $R/D_{84}$ en las morfologías del río Quinuas

Morfología	Q (m <sup>3</sup> /s)	d/D <sub>84</sub>	R/D <sub>84</sub>	
Cascada	Bajo	0.07	0.42	0.38
	Medio	0.49	0.82	0.70
	Alto	0.71	0.97	0.81
Grada	Bajo	0.04	0.46	0.42
	Medio	0.44	1.14	0.97
	Alto	0.88	1.31	1.10
	Bajo	0.06	0.50	0.46

Lecho	Medio	0.51	0.97	0.86
plano	Alto	0.92	1.27	1.09

**Anexo 5.** Pendiente característica del lecho de morfologías de ríos de montaña. Fuente: Montgomery & Buffington (1997)

Morfología	Pendiente (%)
Cascada	Mayor a 6
Grada	Entre 3 y 10
Lecho plano	Entre 1 y 3